

Kde selhává intuice?

Petr Vodstrčil

petr.vodstrcil@vsb.cz

Katedra aplikované matematiky, Fakulta elektrotechniky a informatiky,
Vysoká škola báňská–Technická univerzita Ostrava



Ostrava, 15.5. 2015

(Závěrečná konference projektu Matematika s radostí)



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

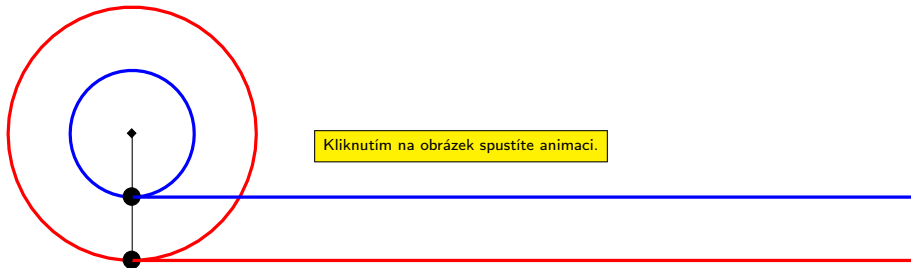
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Obsah přednášky

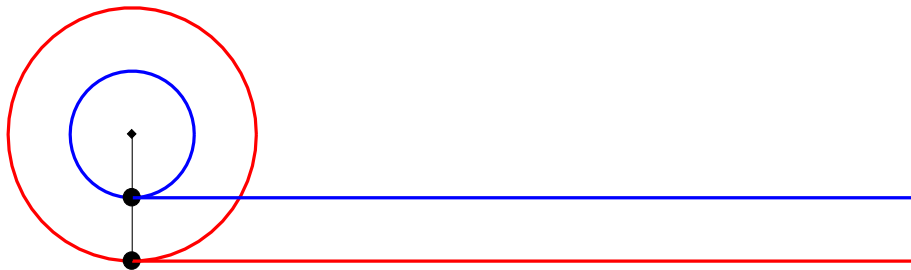
- 1 Každé dva kruhy mají stejný obvod.
- 2 $\pi = 2$
- 3 Provaz kolem zeměkoule
- 4 Dvě kilometrové kolejnice
- 5 IQ test
- 6 Voda a víno
- 7 Obsah útvaru
- 8 Malfattiho problém
- 9 Míchání karet
- 10 Auto se čtvercovými koly
- 11 Závěr

- 1 Každé dva kruhy mají stejný obvod.
- 2 $\pi = 2$
- 3 Provaz kolem zeměkoule
- 4 Dvě kilometrové kolejnice
- 5 IQ test
- 6 Voda a víno
- 7 Obsah útvaru
- 8 Malfattiho problém
- 9 Míchání karet
- 10 Auto se čtvercovými koly
- 11 Závěr

Každé dva kruhy mají stejný obvod.

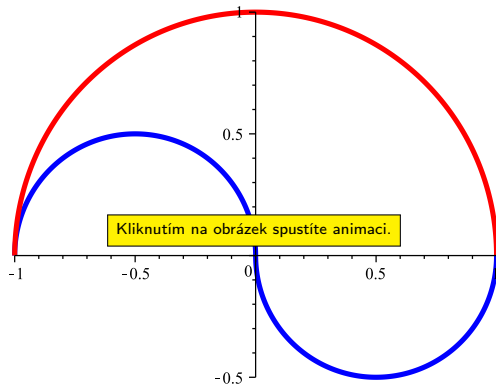


Každé dva kruhy mají stejný obvod.



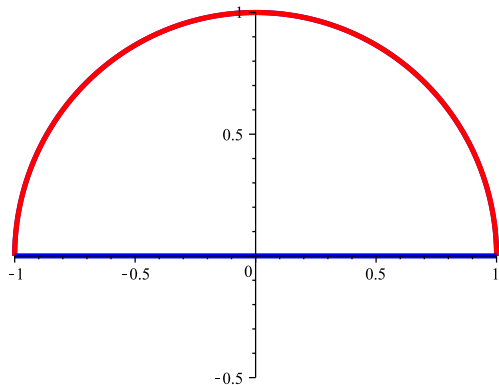
- 1 Každé dva kruhy mají stejný obvod.
- 2 $\pi = 2$
- 3 Provaz kolem zeměkoule
- 4 Dvě kilometrové kolejnice
- 5 IQ test
- 6 Voda a víno
- 7 Obsah útvaru
- 8 Malfattiho problém
- 9 Míchání karet
- 10 Auto se čtvercovými koly
- 11 Závěr

$$\pi = 2$$



Délka červené i modré křivky je π .

$$\pi = 2$$



Délka červené i modré křivky je π .

- 1 Každé dva kruhy mají stejný obvod.
- 2 $\pi = 2$
- 3 **Provaz kolem zeměkoule**
- 4 Dvě kilometrové kolejnice
- 5 IQ test
- 6 Voda a víno
- 7 Obsah útvaru
- 8 Malfattiho problém
- 9 Míchání karet
- 10 Auto se čtvercovými koly
- 11 Závěr

Provaz kolem zeměkoule 1

Předpokládejme, že Země je koule o poloměru $r = 6\,378\,000$ m. Kolem rovníku natáhneme provaz tak, aby Zemi těsně obepínal. Poté provaz prodloužíme o 1 metr.

Provaz kolem zeměkoule 1

Předpokládejme, že Země je koule o poloměru $r = 6\,378\,000$ m. Kolem rovníku natáhneme provaz tak, aby Zemi těsně obepínal. Poté provaz prodloužíme o 1 metr.

Otázka 1

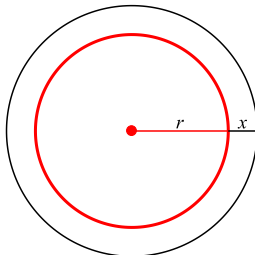
Jak velká bude mezera mezi rovníkem a provazem? Předpokládáme, že je mezera ve všech místech stejná.

Provaz kolem zeměkoule 1

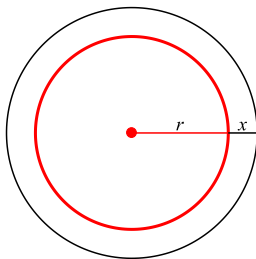
Předpokládejme, že Země je koule o poloměru $r = 6\,378\,000$ m. Kolem rovníku natáhneme provaz tak, aby Zemi těsně obepínal. Poté provaz prodloužíme o 1 metr.

Otázka 1

Jak velká bude mezera mezi rovníkem a provazem? Předpokládáme, že je mezera ve všech místech stejná.



Provaz kolem zeměkoule 1

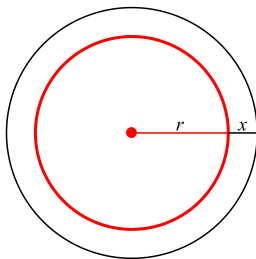


Řešení

Označíme-li x velikost mezery, pak musí platit

$$2\pi(r + x) = 2\pi r + 1,$$

Provaz kolem zeměkoule 1



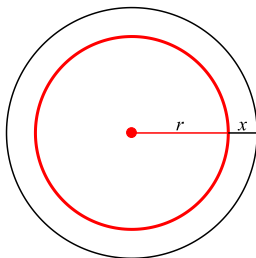
Řešení

Označíme-li x velikost mezery, pak musí platit

$$2\pi(r + x) = 2\pi r + 1,$$

odkud snadno $x = \frac{1}{2\pi} \doteq 0,159$.

Provaz kolem zeměkoule 1



Řešení

Označíme-li x velikost mezery, pak musí platit

$$2\pi(r + x) = 2\pi r + 1,$$

odkud snadno $x = \frac{1}{2\pi} \doteq 0,159$.

To znamená, že velikost hledané mezery je přibližně 16 centimetrů.

Provaz kolem zeměkoule 2

Předpokládejme, že Země je koule o poloměru $r = 6\,378\,000$ m. Kolem rovníku natáhneme provaz tak, aby Zemi těsně obepínal. Poté provaz prodloužíme o 1 metr.

Otázka 2

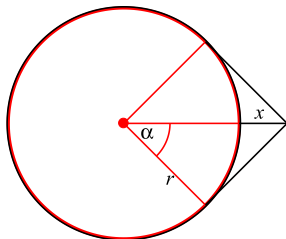
V jednom místě provaz vytáhneme, dokud se „nezarazí“ o Zemi. Do jaké výšky budeme moci provaz povytáhnout?

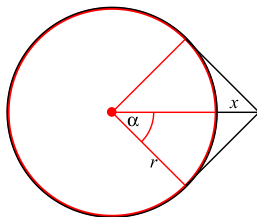
Provaz kolem zeměkoule 2

Předpokládejme, že Země je koule o poloměru $r = 6\,378\,000$ m. Kolem rovníku natáhneme provaz tak, aby Zemi těsně obepínal. Poté provaz prodloužíme o 1 metr.

Otázka 2

V jednom místě provaz vytáhneme, dokud se „nezarazí“ o Zemi. Do jaké výšky budeme moci provaz povytáhnout?



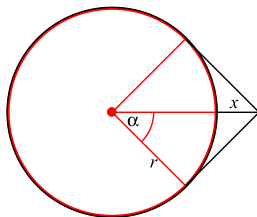


Řešení

Úloha vede na rovnici

$$2r(\operatorname{tg} \alpha - \alpha) = 1,$$

kterou nelze řešit analyticky.



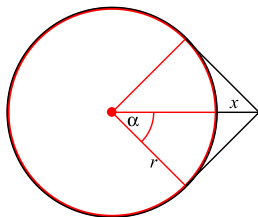
Řešení

Úloha vede na rovnici

$$2r(\operatorname{tg} \alpha - \alpha) = 1,$$

kterou nelze řešit analyticky.

Hledané x pak dopočteme ze vztahu $x = r \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right)$.



Řešení

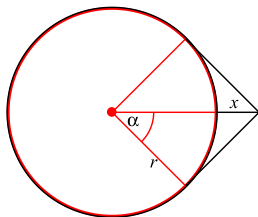
Úloha vede na rovnici

$$2r(\operatorname{tg} \alpha - \alpha) = 1,$$

kterou nelze řešit analyticky.

Hledané x pak dopočteme ze vztahu $x = r \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right)$.

Řešíme-li úlohu numericky, obdržíme výsledek $x \doteq 121,505$



Řešení

Úloha vede na rovnici

$$2r(\operatorname{tg} \alpha - \alpha) = 1,$$

kterou nelze řešit analyticky.

Hledané x pak dopočteme ze vztahu $x = r \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right)$.

Řešíme-li úlohu numericky, obdržíme výsledek $x \doteq 121,505$ (metrů!).

Lze ukázat, že pro malé úhly α platí vztahy

$$\operatorname{tg} \alpha \doteq \alpha + \frac{\alpha^3}{3} \quad \text{a} \quad \frac{1}{\cos \alpha} \doteq 1 + \frac{\alpha^2}{2}. \quad (\heartsuit)$$

Lze ukázat, že pro malé úhly α platí vztahy

$$\operatorname{tg} \alpha \doteq \alpha + \frac{\alpha^3}{3} \quad \text{a} \quad \frac{1}{\cos \alpha} \doteq 1 + \frac{\alpha^2}{2}. \quad (\heartsuit)$$

Rovnice $2r(\operatorname{tg} \alpha - \alpha) = 1$ pak (podle (\heartsuit)) přejde do tvaru $\frac{2r\alpha^3}{3} = 1$, kterou už vyřešit umíme.

Lze ukázat, že pro malé úhly α platí vztahy

$$\operatorname{tg} \alpha \doteq \alpha + \frac{\alpha^3}{3} \quad \text{a} \quad \frac{1}{\cos \alpha} \doteq 1 + \frac{\alpha^2}{2}. \quad (\heartsuit)$$

Rovnice $2r(\operatorname{tg} \alpha - \alpha) = 1$ pak (podle (\heartsuit)) přejde do tvaru $\frac{2r\alpha^3}{3} = 1$, kterou už vyřešit umíme.

Řešením rovnice $\frac{2r\alpha^3}{3} = 1$ (a tedy přibližným řešením rovnice $2r(\operatorname{tg} \alpha - \alpha) = 1$) je $\alpha = \sqrt[3]{\frac{3}{2r}}$.

Lze ukázat, že pro malé úhly α platí vztahy

$$\operatorname{tg} \alpha \doteq \alpha + \frac{\alpha^3}{3} \quad \text{a} \quad \frac{1}{\cos \alpha} \doteq 1 + \frac{\alpha^2}{2}. \quad (\heartsuit)$$

Rovnice $2r(\operatorname{tg} \alpha - \alpha) = 1$ pak (podle (\heartsuit)) přejde do tvaru $\frac{2r\alpha^3}{3} = 1$, kterou už vyřešit umíme.

Řešením rovnice $\frac{2r\alpha^3}{3} = 1$ (a tedy přibližným řešením rovnice $2r(\operatorname{tg} \alpha - \alpha) = 1$) je $\alpha = \sqrt[3]{\frac{3}{2r}}$.

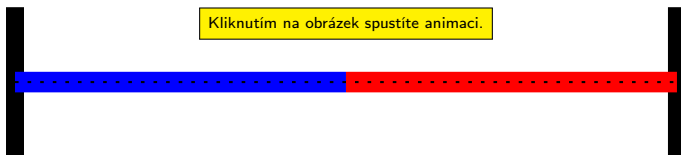
S přihlédnutím k (\heartsuit) pak dostaneme

$$x = r \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right) \doteq \frac{r\alpha^2}{2} = \frac{1}{4} \sqrt[3]{18r} \doteq 121,504.$$

- 1 Každé dva kruhy mají stejný obvod.
- 2 $\pi = 2$
- 3 Provaz kolem zeměkoule
- 4 Dvě kilometrové kolejnice**
- 5 IQ test
- 6 Voda a víno
- 7 Obsah útvaru
- 8 Malfattiho problém
- 9 Míchání karet
- 10 Auto se čtvercovými koly
- 11 Závěr

Dvě kilometrové kolejnice

Každá (kilometrová) kolejnice se vlivem tepla prodlouží o 1 milimetr. Jak vysoko se kolejnice zvednou?



Dvě kilometrové kolejnice

Každá (kilometrová) kolejnice se vlivem tepla prodlouží o 1 milimetr. Jak vysoko se kolejnice zvednou?



Dvě kilometrové kolejnice

Každá (kilometrová) kolejnice se vlivem tepla prodlouží o 1 milimetr. Jak vysoko se kolejnice zvednou?



Řešení – Pythagorova věta

$$v = \sqrt{1000,001^2 - 1000^2}$$

Dvě kilometrové kolejnice

Každá (kilometrová) kolejnice se vlivem tepla prodlouží o 1 milimetr. Jak vysoko se kolejnice zvednou?



Řešení – Pythagorova věta

$$v = \sqrt{1000,001^2 - 1000^2} = \sqrt{2,000001}$$

Dvě kilometrové kolejnice

Každá (kilometrová) kolejnice se vlivem tepla prodlouží o 1 milimetr. Jak vysoko se kolejnice zvednou?



Řešení – Pythagorova věta

$$v = \sqrt{1000,001^2 - 1000^2} = \sqrt{2,000001} \approx 1,4142$$

Dvě kilometrové kolejnice

Každá (kilometrová) kolejnice se vlivem tepla prodlouží o 1 milimetr. Jak vysoko se kolejnice zvednou?



Řešení – Pythagorova věta

$$v = \sqrt{1000,001^2 - 1000^2} = \sqrt{2,000001} \approx 1,4142 \text{ (metrů!)}$$

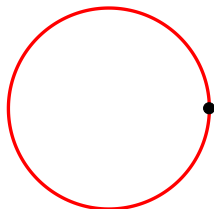
- 1 Každé dva kruhy mají stejný obvod.
- 2 $\pi = 2$
- 3 Provaz kolem zeměkoule
- 4 Dvě kilometrové kolejnice
- 5 IQ test**
- 6 Voda a víno
- 7 Obsah útvaru
- 8 Malfattiho problém
- 9 Míchání karet
- 10 Auto se čtvercovými koly
- 11 Závěr

Doplňte chybějící člen posloupnosti.

1, 2, 4, 8, 16, ?

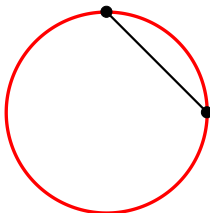
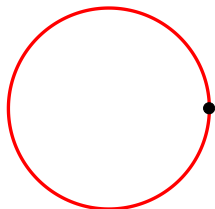
Doplňte chybějící člen posloupnosti.

1, 2, 4, 8, 16, ?



Doplňte chybějící člen posloupnosti.

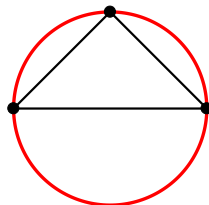
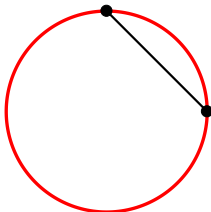
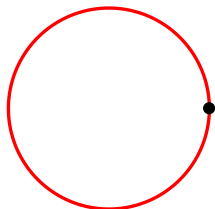
1, 2, 4, 8, 16, ?



IQ test

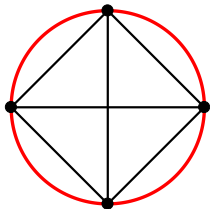
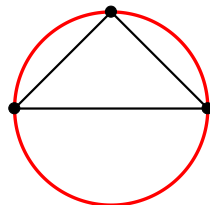
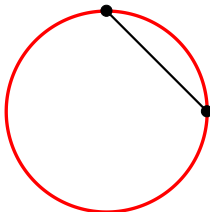
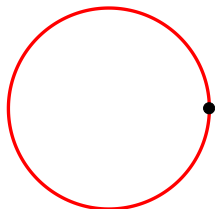
Doplňte chybějící člen posloupnosti.

1, 2, 4, 8, 16, ?



Doplňte chybějící člen posloupnosti.

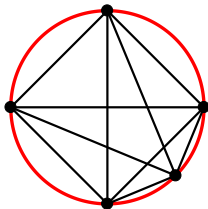
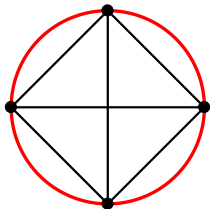
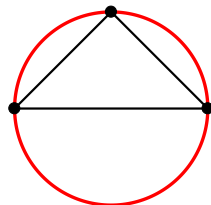
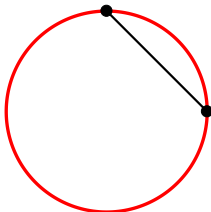
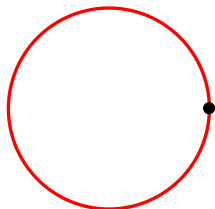
1, 2, 4, 8, 16, ?



IQ test

Doplňte chybějící člen posloupnosti.

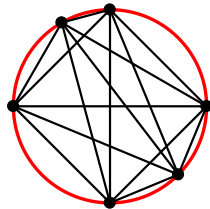
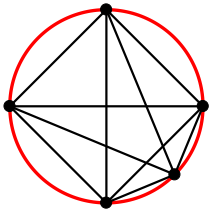
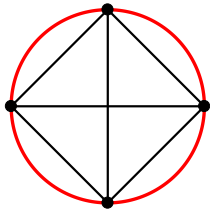
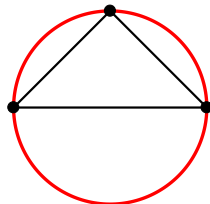
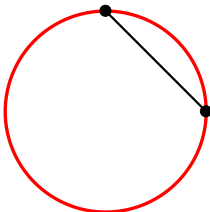
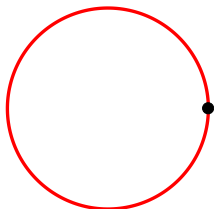
1, 2, 4, 8, 16, ?



IQ test

Doplňte chybějící člen posloupnosti.

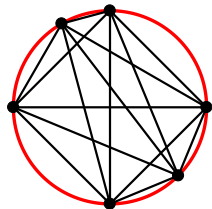
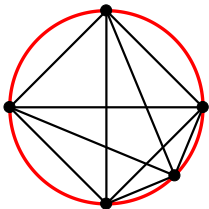
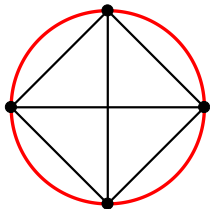
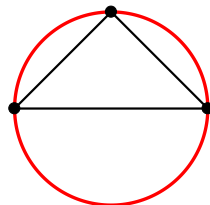
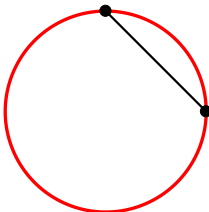
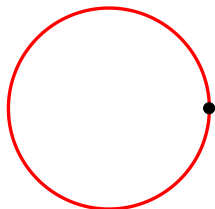
1, 2, 4, 8, 16, ?



IQ test

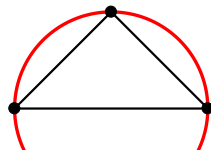
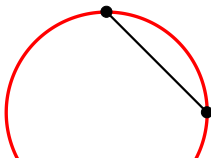
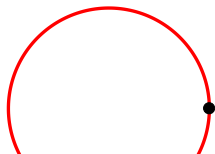
Doplňte chybějící člen posloupnosti.

1, 2, 4, 8, 16, **31**

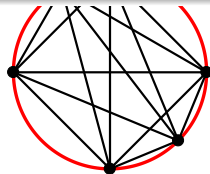
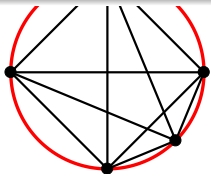
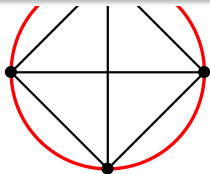


Doplňte chybějící člen posloupnosti.

1, 2, 4, 8, 16, **31**

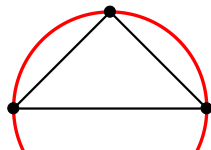
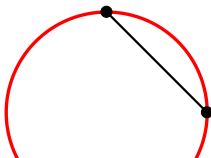
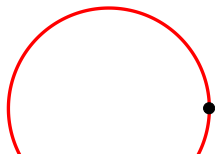


$$a_n = \frac{1}{24}n^4 - \frac{1}{4}n^3 + \frac{23}{24}n^2 - \frac{3}{4}n + 1$$

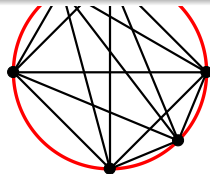
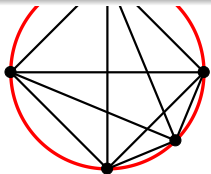
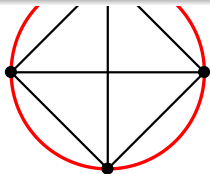


Doplňte chybějící člen posloupnosti.

1, 2, 4, 8, 16, **31**, 57, 99, 163, **256**, 386, 562, ...



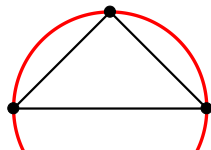
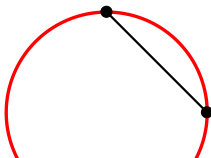
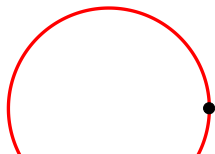
$$a_n = \frac{1}{24}n^4 - \frac{1}{4}n^3 + \frac{23}{24}n^2 - \frac{3}{4}n + 1$$



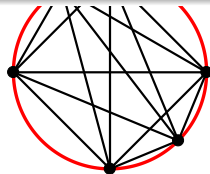
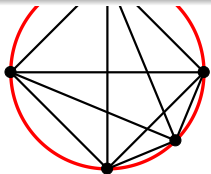
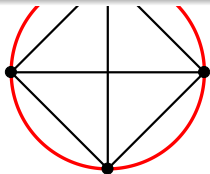
IQ test

Doplňte chybějící člen posloupnosti.

1, 2, 4, 8, 16, **31**, 57, 99, 163, **256**, 386, 562, ...



$$a_n = \frac{1}{24}n^4 - \frac{1}{4}n^3 + \frac{23}{24}n^2 - \frac{3}{4}n + 1 = \binom{n}{4} + \binom{n}{2} + 1.$$



- 1 Každé dva kruhy mají stejný obvod.
- 2 $\pi = 2$
- 3 Provaz kolem zeměkoule
- 4 Dvě kilometrové kolejnice
- 5 IQ test
- 6 Voda a víno**
- 7 Obsah útvaru
- 8 Malfattiho problém
- 9 Míchání karet
- 10 Auto se čtvercovými koly
- 11 Závěr

Mějme dvě sklenice. V první sklenici je voda a ve druhé je stejné množství vína. Nejprve (z první sklenice) nabereme lžící vody a nalijeme ji do vína v druhé sklenici. Vše důkladně zamícháme a poté nabereme lžící vzniklé směsi, kterou nalijeme zpět do první sklenice s vodou.

Mějme dvě sklenice. V první sklenici je voda a ve druhé je stejné množství vína. Nejprve (z první sklenice) nabereme lžící vody a nalijeme ji do vína v druhé sklenici. Vše důkladně zamícháme a poté nabereme lžící vzniklé směsi, kterou nalijeme zpět do první sklenice s vodou.

První sklenice je tedy „kontaminovaná“ vínem a druhá sklenice vodou.

Mějme dvě sklenice. V první sklenici je voda a ve druhé je stejné množství vína. Nejprve (z první sklenice) nabereme lžící vody a nalijeme ji do vína v druhé sklenici. Vše důkladně zamícháme a poté nabereme lžící vzniklé směsi, kterou nalijeme zpět do první sklenice s vodou.

První sklenice je tedy „kontaminovaná“ vínem a druhá sklenice vodou.

Otázka

Je „kontaminace“ první sklenice vínem větší nebo menší než „kontaminace“ druhé sklenice vodou?

Řešení

Předpokládejme, že na začátku je množství vody (resp. vína) v první (resp. druhé) sklenici S . Dále necht' objem lžice je L .

Řešení

Předpokládejme, že na začátku je množství vody (resp. vína) v první (resp. druhé) sklenici S . Dále necht' objem lžice je L .

Po prvním přelití bude:

V první sklenici $(S - L)$ vody a ve druhé S vína a L vody.

Řešení

Předpokládejme, že na začátku je množství vody (resp. vína) v první (resp. druhé) sklenici S . Dále necht' objem lžice je L .

Po prvním přelití bude:

V první sklenici $(S - L)$ vody a ve druhé S vína a L vody.

Poté nabereme lžici směsi (obsahující X vína a $(L - X)$ vody).

Řešení

Předpokládejme, že na začátku je množství vody (resp. vína) v první (resp. druhé) sklenici S . Dále necht' objem lžice je L .

Po prvním přelití bude:

V první sklenici $(S - L)$ vody a ve druhé S vína a L vody.

Poté nabereme lžici směsi (obsahující X vína a $(L - X)$ vody).

Po druhém přelití bude:

V první sklenici $(S - L) + (L - X) = (S - X)$ vody a X vína.

V druhé sklenici $(S - X)$ vína a $L - (L - X) = X$ vody.

Řešení

Předpokládejme, že na začátku je množství vody (resp. vína) v první (resp. druhé) sklenici S . Dále necht' objem lžice je L .

Po prvním přelití bude:

V první sklenici $(S - L)$ vody a ve druhé S vína a L vody.

Poté nabereme lžici směsi (obsahující X vína a $(L - X)$ vody).

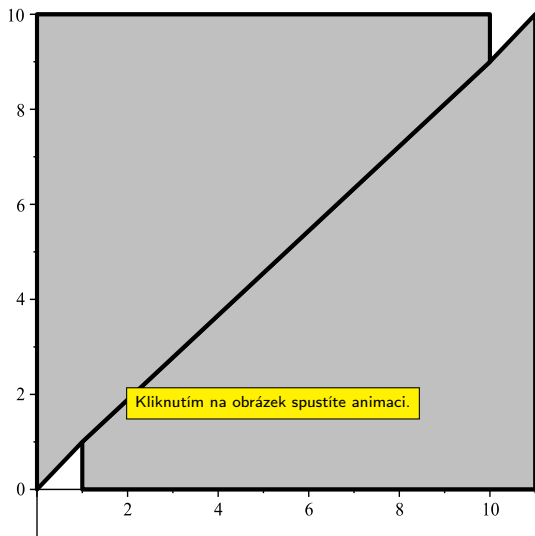
Po druhém přelití bude:

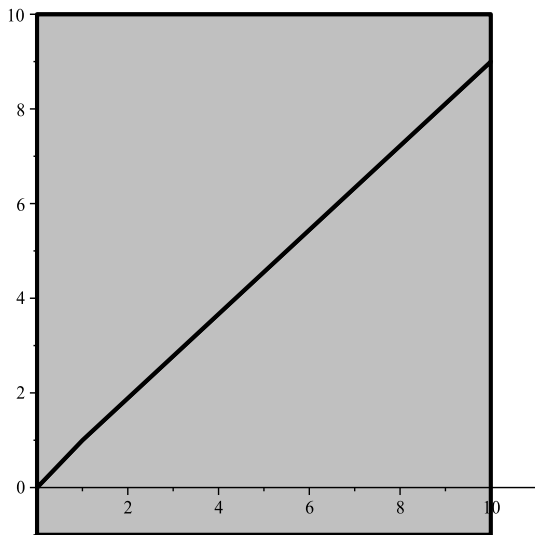
V první sklenici $(S - L) + (L - X) = (S - X)$ vody a X vína.

V druhé sklenici $(S - X)$ vína a $L - (L - X) = X$ vody.

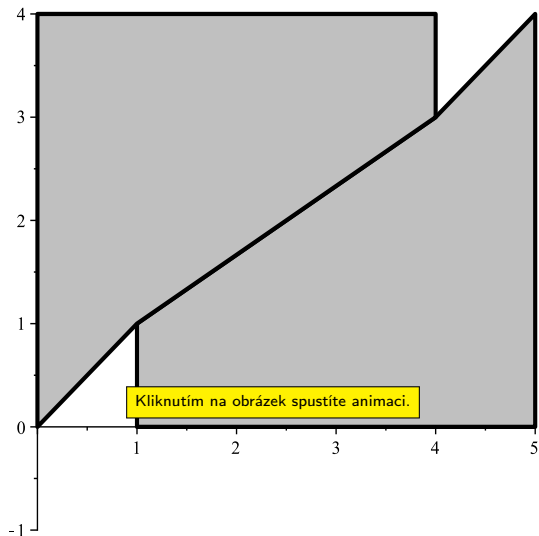
Obě „kontaminace“ jsou tedy stejné. A to i v případě, že neprovádíme důkladné míchání, jak bylo požadováno v zadání.

- 1 Každé dva kruhy mají stejný obvod.
- 2 $\pi = 2$
- 3 Provaz kolem zeměkoule
- 4 Dvě kilometrové kolejnice
- 5 IQ test
- 6 Voda a víno
- 7 Obsah útvaru**
- 8 Malfattiho problém
- 9 Míchání karet
- 10 Auto se čtvercovými koly
- 11 Závěr

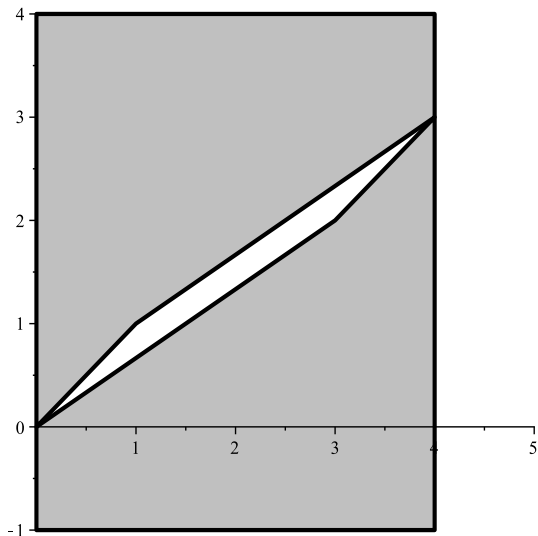




Obsah útvaru – vysvětlení



Obsah útvaru – vysvětlení



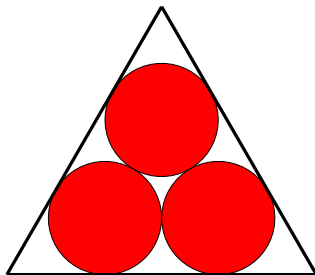
- 1 Každé dva kruhy mají stejný obvod.
- 2 $\pi = 2$
- 3 Provaz kolem zeměkoule
- 4 Dvě kilometrové kolejnice
- 5 IQ test
- 6 Voda a víno
- 7 Obsah útvaru
- 8 Malfattiho problém**
- 9 Míchání karet
- 10 Auto se čtvercovými koly
- 11 Závěr

Malfattiho problém

Vepište do daného (rovnoběžného) trojúhelníku tři nepřekrývající se kruhy tak, aby jejich celkový obsah byl co největší.

Malfattiho problém

Vepište do daného (rovnoběžného) trojúhelníku tři nepřekrývající se kruhy tak, aby jejich celkový obsah byl co největší.

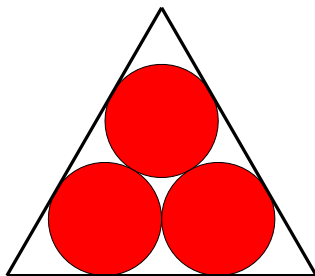


$$k = \frac{\pi\sqrt{3}}{(1+\sqrt{3})^2} \approx 0,729$$

(r. 1803 – Malfattiho řešení)

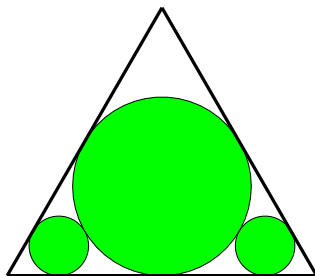
Malfattiho problém

Vepište do daného (rovnoběžného) trojúhelníku tři nepřekrývající se kruhy tak, aby jejich celkový obsah byl co největší.



$$k = \frac{\pi\sqrt{3}}{(1+\sqrt{3})^2} \approx 0,729$$

(r. 1803 – Malfattiho řešení)

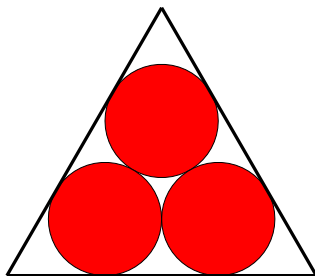


$$k = \frac{11\pi}{27\sqrt{3}} \approx 0,739$$

(r. 1930)

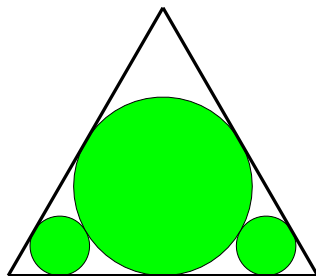
Malfattiho problém

Vepište do daného (rovnoboje) trojúhelníku tři nepřekrývající se kruhy tak, aby jejich celkový obsah byl co největší.



$$k = \frac{\pi\sqrt{3}}{(1+\sqrt{3})^2} \approx 0,729$$

(r. 1803 – Malfattiho řešení)



$$k = \frac{11\pi}{27\sqrt{3}} \approx 0,739$$

(r. 1930)

r. 1967 – Malfattiho řešení je špatně pro všechny trojúhelníky!

- 1 Každé dva kruhy mají stejný obvod.
- 2 $\pi = 2$
- 3 Provaz kolem zeměkoule
- 4 Dvě kilometrové kolejnice
- 5 IQ test
- 6 Voda a víno
- 7 Obsah útvaru
- 8 Malfattiho problém
- 9 Míchání karet**
- 10 Auto se čtvercovými koly
- 11 Závěr

Míchání karet

Na stole leží balíček 32 karet. Tento balíček rozdělíme na dvě poloviny a budeme provádět tzv. farao míchání. Princip jednoduše vysvětlíme na osmi kartách. Pokud bychom měli karty (1,2,3,4,5,6,7,8), tak bychom po farao zamíchání dostali karty v pořadí (1,5,2,6,3,7,4,8).

Míchání karet

Na stole leží balíček 32 karet. Tento balíček rozdělíme na dvě poloviny a budeme provádět tzv. farao míchání. Princip jednoduše vysvětlíme na osmi kartách. Pokud bychom měli karty (1,2,3,4,5,6,7,8), tak bychom po farao zamíchání dostali karty v pořadí (1,5,2,6,3,7,4,8).

Pozorování

Všech možných zamíchání balíčku 32 karet je přesně
 $32! = 263130836933693530167218012160000000 \doteq 2,63 \cdot 10^{35}$.

Míchání karet

Na stole leží balíček 32 karet. Tento balíček rozdělíme na dvě poloviny a budeme provádět tzv. farao míchání. Princip jednoduše vysvětlíme na osmi kartách. Pokud bychom měli karty (1,2,3,4,5,6,7,8), tak bychom po farao zamíchání dostali karty v pořadí (1,5,2,6,3,7,4,8).

Pozorování

Všech možných zamíchání balíčku 32 karet je přesně
 $32! = 263130836933693530167218012160000000 \doteq 2,63 \cdot 10^{35}$.

Úloha

Uvažujme náhodně promíchaný balíček 32 karet. Kolikrát za sebou musíme s tímto balíčkem provést farao míchání, abychom dostali stejně seřazený balíček, jako byl na začátku?

Míchání karet

Na stole leží balíček 32 karet. Tento balíček rozdělíme na dvě poloviny a budeme provádět tzv. farao míchání. Princip jednoduše vysvětlíme na osmi kartách. Pokud bychom měli karty (1,2,3,4,5,6,7,8), tak bychom po farao zamíchání dostali karty v pořadí (1,5,2,6,3,7,4,8).

Pozorování

Všech možných zamíchání balíčku 32 karet je přesně
 $32! = 263130836933693530167218012160000000 \doteq 2,63 \cdot 10^{35}$.

Úloha

Uvažujme náhodně promíchaný balíček 32 karet. Kolikrát za sebou musíme s tímto balíčkem provést farao míchání, abychom dostali stejně seřazený balíček, jako byl na začátku?

Poznámka

Řešitelnost úlohy vyplývá z faktu, že počet všech zamíchání balíčku karet je konečný (viz pozorování výše).

Matematický popis farao míchání

$$p(n) = \begin{cases} 2n - 1 & \text{pro } n \in \{1, 2, \dots, 16\}, \\ 2n - 32 & \text{pro } n \in \{17, 18, \dots, 32\}. \end{cases}$$

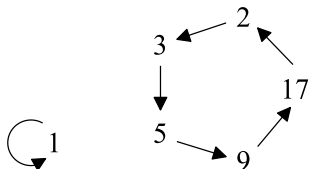
Matematický popis farao míchání

$$p(n) = \begin{cases} 2n - 1 & \text{pro } n \in \{1, 2, \dots, 16\}, \\ 2n - 32 & \text{pro } n \in \{17, 18, \dots, 32\}. \end{cases}$$



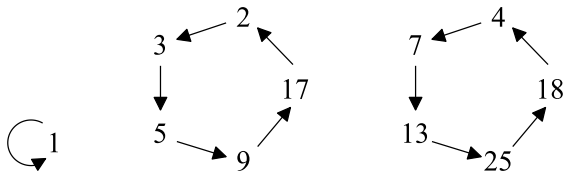
Matematický popis farao míchání

$$p(n) = \begin{cases} 2n - 1 & \text{pro } n \in \{1, 2, \dots, 16\}, \\ 2n - 32 & \text{pro } n \in \{17, 18, \dots, 32\}. \end{cases}$$



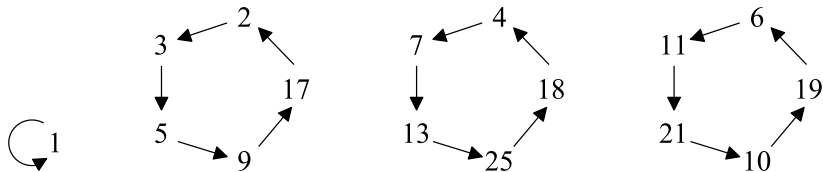
Matematický popis farao míchání

$$p(n) = \begin{cases} 2n - 1 & \text{pro } n \in \{1, 2, \dots, 16\}, \\ 2n - 32 & \text{pro } n \in \{17, 18, \dots, 32\}. \end{cases}$$



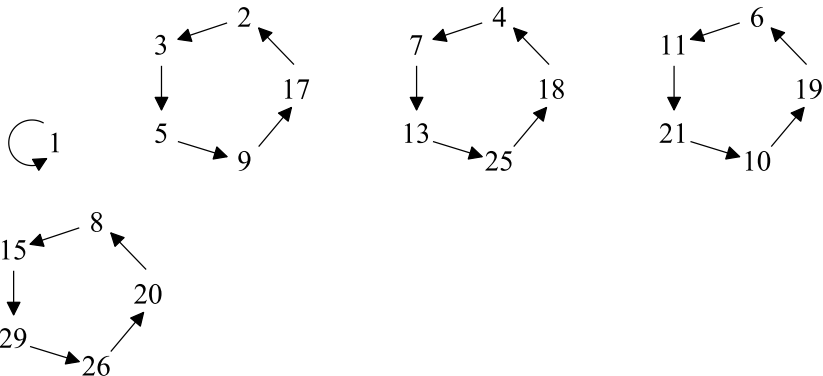
Matematický popis farao míchání

$$p(n) = \begin{cases} 2n - 1 & \text{pro } n \in \{1, 2, \dots, 16\}, \\ 2n - 32 & \text{pro } n \in \{17, 18, \dots, 32\}. \end{cases}$$



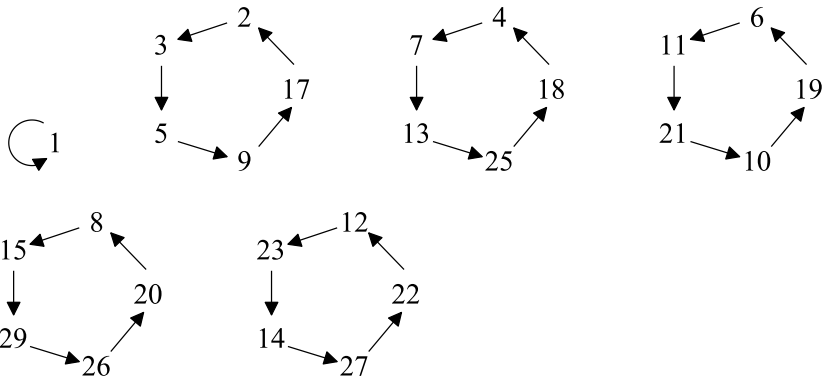
Matematický popis farao míchání

$$p(n) = \begin{cases} 2n - 1 & \text{pro } n \in \{1, 2, \dots, 16\}, \\ 2n - 32 & \text{pro } n \in \{17, 18, \dots, 32\}. \end{cases}$$



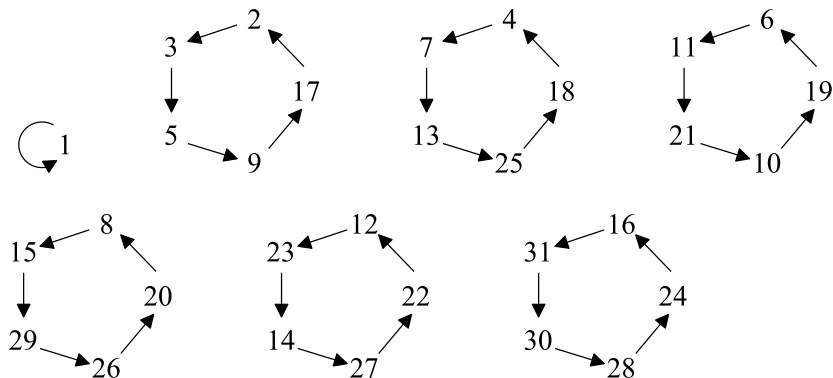
Matematický popis farao míchání

$$p(n) = \begin{cases} 2n - 1 & \text{pro } n \in \{1, 2, \dots, 16\}, \\ 2n - 32 & \text{pro } n \in \{17, 18, \dots, 32\}. \end{cases}$$



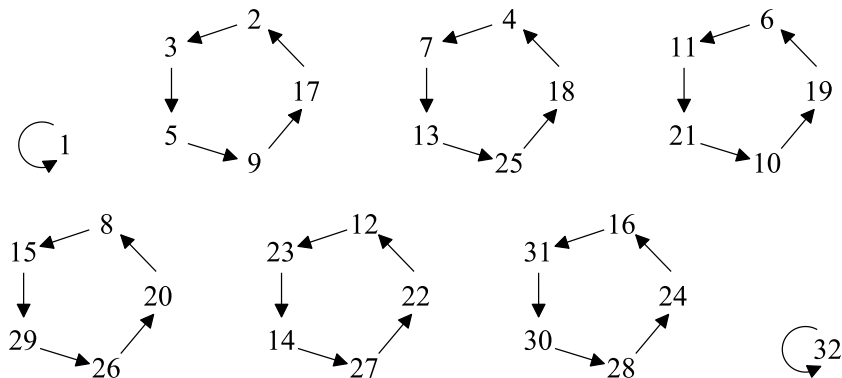
Matematický popis farao míchání

$$p(n) = \begin{cases} 2n - 1 & \text{pro } n \in \{1, 2, \dots, 16\}, \\ 2n - 32 & \text{pro } n \in \{17, 18, \dots, 32\}. \end{cases}$$



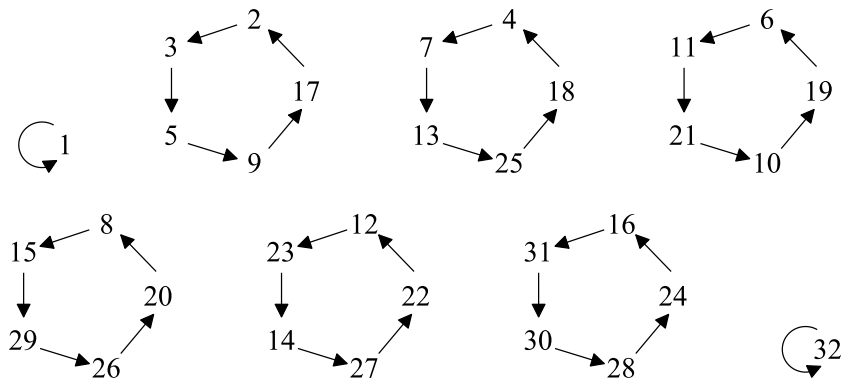
Matematický popis farao míchání

$$p(n) = \begin{cases} 2n - 1 & \text{pro } n \in \{1, 2, \dots, 16\}, \\ 2n - 32 & \text{pro } n \in \{17, 18, \dots, 32\}. \end{cases}$$



Matematický popis farao míchání

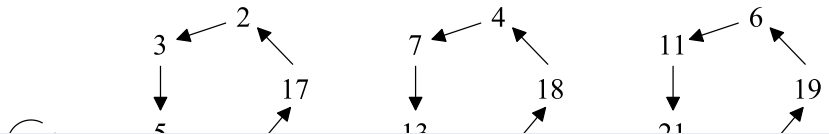
$$p(n) = \begin{cases} 2n - 1 & \text{pro } n \in \{1, 2, \dots, 16\}, \\ 2n - 32 & \text{pro } n \in \{17, 18, \dots, 32\}. \end{cases}$$



Stačí tedy pouze 5 míchání!!!

Matematický popis farao míchání

$$p(n) = \begin{cases} 2n - 1 & \text{pro } n \in \{1, 2, \dots, 16\}, \\ 2n - 32 & \text{pro } n \in \{17, 18, \dots, 32\}. \end{cases}$$



[1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31,32]

[1,17,2,18,3,19,4,20,5,21,6,22,7,23,8,24,9,25,10,26,11,27,12,28,13,29,14,30,15,31,16,32]

[1,9,17,25,2,10,18,26,3,11,19,27,4,12,20,28,5,13,21,29,6,14,22,30,7,15,23,31,8,16,24,32]

[1,5,9,13,17,21,25,29,2,6,10,14,18,22,26,30,3,7,11,15,19,23,27,31,4,8,12,16,20,24,28,32]

[1,3,5,7,9,11,13,15,17,19,21,23,25,27,29,31,2,4,6,8,10,12,14,16,18,20,22,24,26,28,30,32]

[1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31,32]

→26

→27

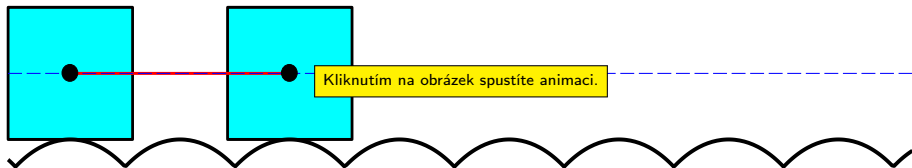
→28

→

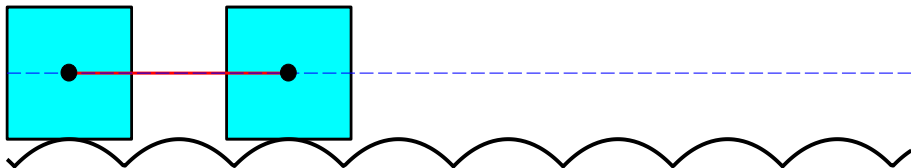
Stačí tedy pouze 5 míchání!!!

- 1 Každé dva kruhy mají stejný obvod.
- 2 $\pi = 2$
- 3 Provaz kolem zeměkoule
- 4 Dvě kilometrové kolejnice
- 5 IQ test
- 6 Voda a víno
- 7 Obsah útvaru
- 8 Malfattiho problém
- 9 Míchání karet
- 10 Auto se čtvercovými koly**
- 11 Závěr

Auto se čtvercovými koly



Auto se čtvercovými koly



- 1 Každé dva kruhy mají stejný obvod.
- 2 $\pi = 2$
- 3 Provaz kolem zeměkoule
- 4 Dvě kilometrové kolejnice
- 5 IQ test
- 6 Voda a víno
- 7 Obsah útvaru
- 8 Malfattiho problém
- 9 Míchání karet
- 10 Auto se čtvercovými koly
- 11 Závěr**



JIŘÍ BOUCHALA, *Matematická analýza ve Vesmíru*.
(<http://homel.vsb.cz/~bou10/MA1/ma1.html>)



PETR KOVÁŘ.



D. ACHESON, 1089 a vše, co s tím souvisí. Moment překvapení v matematice. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, **49** (2004), č. 1, 24–31.
(<http://dml.cz/handle/10338.dmlcz/141206>)



<http://cs.wikipedia.org/wiki/Malfattiho%2520kruhy?oldid=10902717>



L. PICK, Přednáška s nesmyslně dlouhým názvem.

Nevěřme vždy své intuici.

Nevěřme vždy své intuici.

Děkuji za pozornost !!!