Analytická geometrie

Hyperbola

Krokovaný příklad – středně těžký

V následujícím textu budete řešit postupně příklad tak, že vždy musíte správně vyřešit určitý dílčí úkol.

Test byl vytvořen v rámci projektu Matematika s radostí dle návrhu Martina Kotka.

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Je dána obecná rovnice hyperboly $9x^2 - y^2 - 36x - 2y + 26 = 0$. V kartézské soustavě souřadnic vyznačte její asymptoty, hlavní vrcholy a načrtněte ji.

A

B

C

D

Je dána obecná rovnice hyperboly $9x^2 - y^2 - 36x - 2y + 26 = 0$. V kartézské soustavě souřadnic vyznačte její asymptoty, hlavní vrcholy a načrtněte ji.

A

B

C

D

E

Je dána obecná rovnice hyperboly $9x^2 - y^2 - 36x - 2y + 26 = 0$. V kartézské soustavě souřadnic vyznačte její asymptoty, hlavní vrcholy a načrtněte ji.

A

B

C

Je dána obecná rovnice hyperboly $9x^2 - y^2 - 36x - 2y + 26 = 0$. V kartézské soustavě souřadnic vyznačte její asymptoty, hlavní vrcholy a načrtněte ji.

A

B

C

D

Je dána obecná rovnice hyperboly $9x^2 - y^2 - 36x - 2y + 26 = 0$. V kartézské soustavě souřadnic vyznačte její asymptoty, hlavní vrcholy a načrtněte ji.

A

B

C

Je dána obecná rovnice hyperboly $9x^2 - y^2 - 36x - 2y + 26 = 0$. V kartézské soustavě souřadnic vyznačte její asymptoty, hlavní vrcholy a načrtněte ji.

A

B

C

Je dána obecná rovnice hyperboly $9x^2 - y^2 - 36x - 2y + 26 = 0$. V kartézské soustavě souřadnic vyznačte její asymptoty, hlavní vrcholy a načrtněte ji.

A

B

C

Je dána obecná rovnice hyperboly $9x^2 - y^2 - 36x - 2y + 26 = 0$. V kartézské soustavě souřadnic vyznačte její asymptoty, hlavní vrcholy a načrtněte ji.

A

B

Výpočet je dokončen. Nyní si shrneme jednotlivé kroky. Můžete se též vrátit na předchozí stránky k postupnému výpočtu a zodpovězeným otázkám.

- obě závorky doplníme tak, abychom je mohli zapsat jako druhou mocninu lineárního dvojčlenu:

$$9\left(x^2-4x+4-4\right)-\left(y^2+2y+1-1\right)+26=0,$$
$$9\left(x^2-4x+4\right)-36-\left(y^2+2y+1\right)+1+26=0,$$

- dále rovnici upravujeme tak, aby odpovídala středovému tvaru:

$$9\left(x-2\right)^2-\left(y+1\right)^2-9=0,$$
$$9\left(x-2\right)^2-\left(y+1\right)^2=9, \qquad /:9$$
$$\left(x-2\right)^2-\frac{\left(y+1\right)^2}{9}=1.$$

Pomocí ekvivalentních úprav jsme získali rovnici hyperboly ve středovém tvaru. Je stejného tvaru jako rovnice

$$\frac{(x-m)^2}{a^2}-\frac{(y-n)^2}{b^2}=1.$$

Porovnáním obou rovnic získáme velikosti obou poloos a střed $[m;n]$. Je nutné si uvědomit, že **před členem rovnice obsahujícím proměnnou x je kladné znaménko, proto je hlavní osa rovnoběžná s osou x** a druhá mocnina velikosti hlavní poloosy je uvedena ve jmenovateli zlomku obsahující proměnnou x.

Hlavní poloosa $a=1$, vedlejší poloosa $b=3$, střed $S=[2;-1]$.

Vrcholy mají souřadnice $[m+a;n]$ a $[m-a;n]$, v našem případě tedy $A=[1;-1]$, $B=[3;-1]$.

(pokračování na další straně)

Dále určujeme asymptoty. Víme, že směrnice asymptot $k = \pm\frac{b}{a}$, tj. $k = \pm 3$. Koeficient q v rovnicích asymptot $y = kx + q$ dopočítáme na základě znalosti směrnic k a toho, že každá asymptota prochází středem hyperboly $S = [2; -1]$. Postupně tak dostáváme rovnice obou asymptot:

$$\begin{array}{rlclcl} k = 3: & -1 = 3 \cdot 2 + q & \Rightarrow & q = -7 & \Rightarrow & y = 3x - 7 \\ k = -3: & -1 = -3 \cdot 2 + q & \Rightarrow & q = 5 & \Rightarrow & y = -3x + 5 \end{array}$$

Získané údaje zakreslíme a doplníme hyperbolu.