



Diferenciální počet

Problém stavitele jeviště

Krokový příklad – středně těžký

V následujícím textu budete řešit postupně příklad tak, že vždy musíte správně vyřešit určitý dílčí úkol.

Test byl vytvořen v rámci projektu [Matematika s radostí](#) dle návrhu Lady Stachovcové.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Půdorys koncertního jeviště se skládá z obdélníku a půlkruhu. Přitom v označuje délku jedné strany obdélníku a r poloměr půlkruhu. Obvod půdorysu jeviště je 40 m. Jaké jsou rozměry jeviště, jestliže víme, že byly stanoveny tak, aby byl obsah půdorysu jeviště co největší?

A

B

C

Půdorys koncertního jeviště se skládá z obdélníku a půlkruhu. Přitom v označuje délku jedné strany obdélníku a r poloměr půlkruhu. Obvod půdorysu jeviště je 40 m. Jaké jsou rozměry jeviště, jestliže víme, že byly stanoveny tak, aby byl obsah půdorysu jeviště co největší?

A

B

C

Půdorys koncertního jeviště se skládá z obdélníku a půlkruhu. Přitom v označuje délku jedné strany obdélníku a r poloměr půlkruhu. Obvod půdorysu jeviště je 40 m. Jaké jsou rozměry jeviště, jestliže víme, že byly stanoveny tak, aby byl obsah půdorysu jeviště co největší?

A

B

C

Půdorys koncertního jeviště se skládá z obdélníku a půlkruhu. Přitom v označuje délku jedné strany obdélníku a r poloměr půlkruhu. Obvod půdorysu jeviště je 40 m. Jaké jsou rozměry jeviště, jestliže víme, že byly stanoveny tak, aby byl obsah půdorysu jeviště co největší?

A

B

C

Půdorys koncertního jeviště se skládá z obdélníku a půlkruhu. Přitom v označuje délku jedné strany obdélníku a r poloměr půlkruhu. Obvod půdorysu jeviště je 40 m. Jaké jsou rozměry jeviště, jestliže víme, že byly stanoveny tak, aby byl obsah půdorysu jeviště co největší?

A

B

C

Půdorys koncertního jeviště se skládá z obdélníku a půlkruhu. Přitom v označuje délku jedné strany obdélníku a r poloměr půlkruhu. Obvod půdorysu jeviště je 40 m. Jaké jsou rozměry jeviště, jestliže víme, že byly stanoveny tak, aby byl obsah půdorysu jeviště co největší?

A

B

C

Půdorys koncertního jeviště se skládá z obdélníku a půlkruhu. Přitom v označuje délku jedné strany obdélníku a r poloměr půlkruhu. Obvod půdorysu jeviště je 40 m. Jaké jsou rozměry jeviště, jestliže víme, že byly stanoveny tak, aby byl obsah půdorysu jeviště co největší?

A

B

C

Půdorys koncertního jeviště se skládá z obdélníku a půlkruhu. Přitom v označuje délku jedné strany obdélníku a r poloměr půlkruhu. Obvod půdorysu jeviště je 40 m. Jaké jsou rozměry jeviště, jestliže víme, že byly stanoveny tak, aby byl obsah půdorysu jeviště co největší?

A

B

C

Půdorys koncertního jeviště se skládá z obdélníku a půlkruhu. Přitom v označuje délku jedné strany obdélníku a r poloměr půlkruhu. Obvod půdorysu jeviště je 40 m. Jaké jsou rozměry jeviště, jestliže víme, že byly stanoveny tak, aby byl obsah půdorysu jeviště co největší?

A

B

C

Výpočet je dokončen. Nyní si shrneme jednotlivé kroky. Můžete se též vrátit na předchozí stránky k postupnému výpočtu a zodpovězeným otázkám.

Našli jsme tedy funkci jedné proměnné, která vyjadřuje závislost obsahu S půdorysu jeviště na poměru r :

$$S(r) = 40r - 2r^2 - \frac{\pi r^2}{2}, \text{ kde } r \in \left(0; \frac{40}{2 + \pi}\right).$$

Dále budeme hledat globální maximum této funkce na uvedeném intervalu.

Pomocí první derivace

$$S'(r) = 40 - 4r - \pi r$$

najdeme body „podezřelé z extrému“. Připomeňme, že se jedná o takové hodnoty r , pro které

Koncertní jeviště má rozměry $r \doteq 5,6$ m, $v \doteq 5,6$ m.

platí $S'(r) = 0$, tj.

$$40 - 4r - \pi r = 0.$$

Tuto podmínku splňuje právě jeden bod

$$r_0 = \frac{40}{4 + \pi}.$$

Pomocí druhé derivace ověříme, zda v tomto bodě skutečně nastává globální extrém funkce S . Protože $S''(r_0) = -4 - \pi < 0$, jedná se o lokální maximum a vzhledem k parametrům úlohy i o globální maximum funkce S .